Proseminar

Digitale Rechenanlagen

WS 2003/2004

Universität Salzburg

Übungszettel 2

6. Gegeben sind die Zeichenvorräte A, B. Berechne allgemein:

   (a) die Anzahl der möglichen Codewörter $|CW(A, m)|$ mit der *maximalen* Länge m.

   (b) die Anzahl der möglichen Cw. $|CW(A \cup B, m + n)|$ mit gemeinsamem Zeichenvorrat.

   (c) die Anzahl der konkatenierten Codewörter $|CW(A, m) \circ CW(B, n)|$.

   Demonstrieren Sie die Ergebnisse am Beispiel $A = \{a, b, c\}, m = 2, B = \{1, 2\}, n = 3$.

7. Gegeben ist ein Code mit 3 Bit plus 1 Paritybit. Berechne:

   (a) die Anzahl der möglichen, der korrekten und der inkorrekten Codewörter.

   (b) die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufälliges Codewort inkorrekt ist unter der Annahme, dass alle Codewörter gleich wahrscheinlich sind.

   (c) die Wahrscheinlichkeit $P(F)$, dass im Codewort (inkl. Parity) mind. ein Bitfehler auftritt unter der Annahme, dass jedes Bit (unabhängig) eine Bitfehlerwahrscheinlichkeit von $p = 10^{-2}$ besitzt.

   (d) die Wahrsch. $P(I)$, dass durch solche Bitfehler ein inkorrektes Codewort entsteht.

   (e) die Wahrscheinlichkeit, dass ein (gegebener) Bitfehler erkannt wird, d.h. die Wahrscheinlichkeit $P(I|F)$, dass ein Codewort inkorrekt ist unter der Voraussetzung, dass es fehlerbehaftet ist. Hinweis: Es gilt $P(I \wedge F) = P(I|F)P(F) = P(F|I)P(I)$ und $P(F|I)$ ist natürlich ...?

8. Gegeben ist der Zeichenvorrat $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ mit der Codierung c:

Zeichen	Code	Zeichen	Code
A	110011	E	000111
B	001010	F	110101
C	100000	G	111111
D	110110	H	011100

   (a) Berechnen Sie die Hammingdistanz des Codes.

   (b) Zeichnen Sie den zugehörigen Codebaum.

   (c) Kürzen Sie die Codewörter von hinten her so weit, dass gerade noch die Fanobedingung erfüllt ist.

   (d) Zeichnen Sie den neuen Codebaum.

   (e) Decodieren Sie mit dem neuen Code die Nachricht 0100011001101111001001000

9. *Ein Bild sagt mehr als tausend Worte.* Überprüfen Sie diese Aussage unter der Verwendung des Informationsgehaltes. Betrachten Sie ein Grauwertbild mit $m \times n$ Bildpunkten und k Grauwerten pro Pixel und ein Vokabular von l Wörtern, wobei alle Graustufen bzw. Wörter mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Geben Sie allgemein den Informationsgehalt des Bildes und einer Beschreibung aus w Wörtern an. Wie groß muss ein Bild mit 64 Graustufen sein, damit obige Aussage bei einem Vokabular von $l = 1024$ stimmt? Wieviele Graustufen muss ein Bild der Größe 80×60 aufweisen (bei gleichem Vokabular), um die Aussage richtig zu machen?