

Übungszettel 3

10. Graycodes

- (a) Finden Sie einen *zyklischen* Graycode für 6 Symbole $\{A, B, C, D, E, F\}$.
- (b) Geben Sie dazu die Transitionssequenz an.
- (c) Lässt sich auch ein zyklischer Graycode für 5 Symbole finden? Warum?

11. Eine Nachricht bestehe aus den folgenden Zeichen mit ihren absoluten Häufigkeiten und zwei zugeordneten Kodierungen.

Zeichen	Häufigkeit	Code 1	Code 2
A	1100	000	01
B	700	001	1
C	2000	010	00001
D	400	011	000001
E	1200	100	0001
F	3100	101	0010
G	600	110	0011
H	900	111	000000

Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten h_i . Diese sollen als Schätzungen für die Zeichenwahrscheinlichkeiten p_i verwendet werden. Berechnen Sie nun den mittleren Informationsgehalt der Nachricht und die mittlere Wortlänge sowie die Redundanz, die relative Redundanz und die Codeeffizienz für:

- (a) Code 1
 - (b) Code 2
 - (c) Entwickeln Sie den optimalen Code nach Huffman und berechnen Sie auch hier diese Werte.
12. In einem Nachrichtenkanal gebe es zwei Symbole S_1 und S_2 , wobei S_1 mit Wahrscheinlichkeit p auftritt. Geben Sie die Entropie des Systems als Funktion von p an und bestimmen Sie *analytisch* das Maximum. *Hinweis: Das Maximum ist dort, wo die Ableitung 0 ist.*
13. Gegeben ist ein Code, der alle natürlichen Zahlen $(0, 1, 2, \dots)$ darstellen kann. Dabei werden, um die Zahl n zu kodieren, einfach n 0-en gefolgt von einer 1 kodiert. Also 5 wird z.B. zu 000001. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl n auftritt, sei $p(n) = 2^{-(n+1)}$. Berechnen Sie die Entropie und die mittlere Codelänge dieses Codes. (Bem.: es entsteht eine konvergierende Reihe. Wenn Sie den Wert der Reihe nicht analytisch ermitteln können, berechnen Sie einfach die Summe der ersten paar Reihenglieder und schätzen das Ergebnis.)