

### Übungszettel 5

19. Erstellen Sie die Wahrheitstabellen für die folgenden Aussageformen. Welche der Aussageformen sind äquivalent? Welche Gesetzmäßigkeiten erkennen Sie?

$$\begin{aligned}
 &A \vee B, A \wedge B, B \vee A, B \wedge A, \\
 &\neg(A \wedge B), \neg A \wedge \neg B, \neg(A \vee B), \neg A \vee \neg B \\
 &A \rightarrow B, B \rightarrow A, \neg A \rightarrow \neg B, \neg B \rightarrow \neg A, \neg(A \rightarrow B), \neg(B \rightarrow A) \\
 &(A \vee B) \wedge C, (A \wedge B) \vee C, (A \vee C) \wedge (B \vee C), (A \wedge C) \vee (B \wedge C)
 \end{aligned}$$

20. Zeigen Sie mittels bekannter Umformungen (z.B. auch mit den Äquivalenzen aus dem vorigen Beispiel), ob die folgenden Aussageformen Tautologien oder Kontradiktionen sind:

$$\begin{aligned}
 &A \wedge (B \vee \neg A) \wedge \neg B \\
 &(\neg(A \rightarrow B) \vee (\neg(B \vee A) \wedge (B \leftrightarrow A))) \wedge B \\
 &((B \rightarrow C) \rightarrow \neg(A \rightarrow C)) \vee ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow C)
 \end{aligned}$$

21. Ermitteln Sie die vollständige KNF und vollständige DNF der folgenden Aussageformen, und bestimmen Sie alle Primplikanten.

$$(A \vee B) \wedge (B \rightarrow A) \qquad (A \rightarrow B) \rightarrow (B \wedge C)$$

22. Beweisen Sie die Verallgemeinerung des Distributiv-Gesetzes, sowie des De-Morgan Gesetzes mit Hilfe der vollständigen Induktion:

$$\begin{aligned}
 &(A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n) \wedge B = (A_1 \wedge B) \vee (A_2 \wedge B) \vee \dots \vee (A_n \wedge B) \\
 &\neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) = \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_n
 \end{aligned}$$

23. Geben Sie sämtliche Konjunktionsterme von 3 Variablen  $a, b, c$  (d.h. Konjunktionen von maximal 3 Variablen) an. Welche davon sind Minterme? Was ergibt die Konjunktion von zwei Mintermen? Wieviele Konjunktionsterme können allgemein mit  $n$  Variablen gebildet werden und wieviele davon sind Minterme?